

位相入門I・自習シート

問1 実数の集合を \mathbb{R} とかく. $E \subset \mathbb{R}$, $a, b \in \mathbb{R}$ とする. 次の条件や命題の否定を論理記号で書け.

(1) $a < b$.

(2) $a \in \mathbb{R} \setminus E$.

(3) $\forall x \in E, x \leq a$.

(4) $\exists x_0 \in E$ s.t. $x_0 \geq b$.

(5) $\exists k_0 \in \mathbb{R}$ s.t. $\forall x \in E, x \leq k_0$.

問2[講義で扱った問題再掲] (ド・モルガンの法則) $\alpha \in I$ とし A_α を集合とする. 次の2つの性質が成立することを証明せよ.

(1)

$$\left(\bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha \right)^c = \bigcap_{\alpha \in I} A_\alpha^c.$$

(2)

$$\left(\bigcap_{\alpha \in I} A_\alpha \right)^c = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha^c.$$

問3 X を全体集合とし, $A, B \subset X$, $A, B \neq \emptyset$ とする. 次の3条件は同値¹⁾であることを示せ.

(1) $A^c \cup B = X$

(2) $A \subset B$

(3) $A \cap B^c = \emptyset$

提出する場合は, 解答例を参考にして自分で採点しておくこと. 提出しなくても試験で 60 点以上取れば合格です.

¹⁾ 「(1) ならば (2)」, 「(2) ならば (3)」, 「(3) ならば (1)」を 3 つを示せばよい.