

## 位相入門I・自習シート

問1  $a, b, c, d, e$  の5つの文字からなる次の集合を考える.

$$A_1 := \{a, b, c\}, \quad A_2 := \{a, b, d\}, \quad A_3 := \{a, b, d, e\}$$

(1)  $A_1 \cup A_2 \cup A_3$  について, その元をすべて列挙すれば

$$A_1 \cup A_2 \cup A_3 = \{a, b, c, d, e\}$$

となる. 同じようにすべての元を列挙する方法で  $A_1 \cap A_2 \cap A_3$  を求めよ.

(2)  $I := \{1, 2, 3\}$  とおくことで  $A_1 \cup A_2 \cup A_3$  は

$$A_1 \cup A_2 \cup A_3 = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$$

とかくこともできる. 例を参考に,  $x = b, c, d, e$  に対して,

$$x \in A_{\alpha_0}$$

となる  $\alpha_0 \in I$  をそれぞれすべて求めよ.

(例)  $x = a$  のとき,  $a$  は  $A_1, A_2, A_3$  のどの集合にも属しているので  $x \in A_{\alpha_0}$  となる  $\alpha_0$  は  $\alpha_0 = 1, 2, 3$  の3つである.

(i)  $x = b$  のとき,  $x \in A_{\alpha_0}$  となる  $\alpha_0 \in I$  は...

(ii)  $x = c$  のとき,  $x \in A_{\alpha_0}$  となる  $\alpha_0 \in I$  は...

(iii)  $x = d$  のとき,  $x \in A_{\alpha_0}$  となる  $\alpha_0 \in I$  は...

(iv)  $x = e$  のとき,  $x \in A_{\alpha_0}$  となる  $\alpha_0 \in I$  は...

問2  $A_\alpha, B$  を集合とする (ただし  $\alpha \in I$  で  $I$  は添え字集合). 次を証明せよ.

(1)

$$B \cap \left( \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha \right) = \bigcup_{\alpha \in I} (B \cap A_\alpha).$$

(2)

$$B \setminus \left( \bigcap_{\alpha \in I} A_\alpha \right) = \bigcup_{\alpha \in I} (B \setminus A_\alpha).$$

(3)

$$B \cup \left( \bigcap_{\alpha \in I} A_\alpha \right) = \bigcap_{\alpha \in I} (B \cup A_\alpha).$$