

令和7年度 微積分及び演習I 小テスト No.2

数理・知能・電子・機械・応化・環境 課程 _____ 回生 _____

学生番号 _____ 名前 _____

6 次の命題の否定を作れ. ただし, 問題中の集合 $E \subset \mathbb{R}$ や数列 $\{a_n\}$, 値などについては宣言をしていないが適宜判断せよ.

(1) $\forall x \in E, x \leq \alpha.$

(2) $\exists M > 0$ s.t.

$$\forall n \in \mathbb{N}, |a_n| \leq M.$$

(3) $\forall \varepsilon > 0, \exists N_\varepsilon \in \mathbb{N}$ s.t.

$$\forall n \geq N_\varepsilon, |a_n - \alpha| < \varepsilon.$$

7 $\{a_n\}, \{b_n\}$ を数列とする. このとき, $a_n \rightarrow \alpha, b_n \rightarrow \beta$ ($n \rightarrow \infty$) ならば

$$a_n + b_n \rightarrow \alpha + \beta \quad (n \rightarrow \infty)$$

であることを ε - N 論法で証明せよ.

8 $\{a_n\}$ を数列とする. このとき, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \alpha$ ならば

$$\lim_{n \rightarrow \infty} ca_n = c\alpha$$

であることを ε - N 論法で証明せよ. ただし, $c \in \mathbb{R}$ は定数である.

9 一般項が次のように与えられた数列 $\{a_n\}$ の 0 への収束を ε - N 論法で証明せよ.

(1) $a_n := \frac{1}{n}$

(2) $a_n := \frac{2}{\sqrt[3]{n}}$

10 次の主張の真偽を判定してすべての番号の横の○か×を選べ. そのうち正しい主張を 1 つを選んで ε - N 論法で証明せよ.

(1) [○・×] 収束する数列は有界である.

(2) [○・×] 数列の異なる部分列を選んできてても極限は必ず同じ値に定まる.

(3) [○・×] 有界な数列は収束する部分列を持つ.

(4) [○・×] 上に有界かつ単調増加な数列は収束する.

(5) [○・×] コーシー数列であっても収束しない数列が存在する.

私が選んだのは ()