令和７年度 微積分及び演習 I 小テスト対策問題 No.2

数理・知能・電子・機械・応化・環境　課程 ＿＿＿ 回生　　　学生番号 ＿＿＿＿＿＿＿＿　名前 ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{6}$ 次の命題の否定を作れ．ただし, 問題中の集合 $E \subset \mathbb{R}$ や数列 $\{a_n\}$, 値などについては宣言をしていないが適宜判断せよ．

(1) ${}^\forall r \in E,\ r < \alpha.$

(2) ${}^\exists k > 0$ s.t.
$$ {}^\forall n \in \mathbb{N}, \quad |a_n| \le k. $$

(3) ${}^\forall \varepsilon > 0,\ {}^\exists N_\varepsilon \in \mathbb{N}$ s.t.
$$ {}^\forall n \ge N_\varepsilon, \quad |a_n - \alpha| < \varepsilon. $$

$\boxed{7}$ 次の問いに答えよ．

(1) $r, s \in \mathbb{R}$ とする．
$$ \big||r| - |s|\big| \le |r - s| $$
を証明せよ．

(2) $\{a_n\}$ を数列とする．このとき, $a_n \to \alpha\ (n \to \infty)$ ならば
$$ |a_n| \to |\alpha| \quad (n \to \infty) $$
であることを ε-N 論法で証明せよ．

$\boxed{8}$ $\{a_n\}$ を数列とする．このとき, $\lim_{n\to\infty} a_n = \alpha$ ならば
$$ \lim_{n\to\infty} c a_n = c\alpha $$
であることを ε-N 論法で証明せよ．ただし, $c \in \mathbb{R}$ は定数である．

$\boxed{9}$ 一般項が次のように与えられた数列 $\{a_n\}$ の 0 への収束を ε-N 論法で証明せよ.

(1) $a_n := \dfrac{2}{n}$

(2) $a_n := \dfrac{1}{n}\sin\dfrac{2\pi}{n}$

$\boxed{10}$ 次の主張の真偽を判定して**すべての番号の横の○か×を選べ**. そのうち正しい主張を 1 つを選んで ε-N 論法で証明せよ.

(1) [○ · ×] 収束する数列は有界である.

(2) [○ · ×] 収束する数列の極限は必ずしも 1 つに定まるわけではない.

(3) [○ · ×] 有界数列は収束する部分列を持つ.

(4) [○ · ×] 上に有界かつ単調増加な数列は収束する.

(5) [○ · ×] 収束する数列は必ずコーシー列である.

私が選んだのは (　　)