

微積分及び演習I・自習シート

問1 [高校までの復習] 導関数の定義を用いて、次の関数の導関数を求めよ.

(1) $f(x) = x^2$

(2) $f(x) = \sqrt{x}$

(3) $f(x) = \frac{1}{x}$

(4) $f(x) = \sqrt[3]{x}$

(5) $f(x) = x^n$ (ただし $n \in \mathbb{N}$)

問2 [高校までの復習] 微分公式を用いて次の関数を微分せよ.

(1) $f(x) = 2x$

(2) $f(x) = 2$

(3) $f(x) = x^2$

(4) $f(x) = \sqrt{x}$

(5) $f(x) = \sin x$

(6) $f(x) = \sin 2x$

(7) $f(x) = \sin x^2$

(8) $f(x) = \sqrt{1+x^2}$

(9) $f(x) = \sqrt{1+\sin x}$

(10) $f(x) = 2^x$

(11) $f(x) = e^x$

(12) $f(x) = e^{2x}$

(13) $f(x) = e^{x^2}$

(14) $f(x) = 1/(1+x^2)$

(15) $f(x) = e^x \sin x$

(16) $f(x) = \tan x$

(17) $f(x) = \log x$ ($x > 0$)

(18) $f(x) = \log(\tan x)$ ($0 < x < \pi/2$)

(19) $f(x) = \log(x + \sqrt{1+x^2})$ ($x > 0$)

(20) $f(x) = x^x$ ($x > 0$)

問 3 教科書 p.64 の定理 2.2 を参考に, 次の定理を証明せよ: $a, b \in \mathbb{R} : a < b$ とし, $f \in C([a, b])$ とする.

(1) 像 $f([a, b])$ は \mathbb{R} の有界な集合である.

(2) f は最大値をもつ. つまり, $\exists c \in [a, b]$ s.t.

$$\forall x \in [a, b], \quad f(x) \leq f(c).$$