微積分及び演習I・自習シート

問1　$A, B \subset \mathbb{R}$ を空でない有界集合とする．このとき次を証明せよ．

(1) $A \cap B \neq \emptyset$ ならば $\inf A \leq \sup B$ [1)]

(2) $-A := \{-x : x \in A\}$ [2)] とおく．このとき

$$\sup(-A) = -\inf A.$$

(3) ${}^{\forall}a \in A, {}^{\forall}b \in B,\ a \leq b$ が成立するならば $\sup A \leq \inf B$.

(4) ${}^{\forall}a \in A,\ {}^{\exists}b_a \in B$ s.t. $a \leq b_a$ が成立するならば $\sup A \leq \sup B$.

問2　$E \subset \mathbb{R}$ を空でない部分集合とする．$\alpha \in \mathbb{R}$ が

$$\alpha \in E \quad \text{かつ} \quad {}^{\forall}x \in E, \alpha \leq x$$

を満たすとき α を E の最小値とよび $\min E$ とかく．E の最小値が存在するならば

$$\min E = \inf E$$

であることを証明せよ．

提出する場合は，解答例を参考にして自分で採点をしておくこと．提出しなくても試験で 60 点以上取れば合格です．

1) 講義で証明した 3 つの定理を組み合わせて証明できる．

2) いいかえると $-A := \{z : {}^{\exists}\, x \in A \text{ s.t.} z = -x\}$