2026/04/16/No.3

微積分及び演習 I・自習シート

問 1　a, b, c, d, e の 5 つの文字からなる次の集合を考える．

$$A_1 := \{a, b, c\}, \quad A_2 := \{a, b, d\}, \quad A_3 := \{a, b, d, e\}$$

(1) $A_1 \cup A_2 \cup A_3$ について，その元をすべて列挙すれば

$$A_1 \cup A_2 \cup A_3 = \{a, b, c, d, e\}$$

となる．同じように全ての元を列挙する方法で $A_1 \cap A_2 \cap A_3$ を求めよ．

(2) $I := \{1, 2, 3\}$ とおくことで $A_1 \cup A_2 \cup A_3$ は

$$A_1 \cup A_2 \cup A_3 = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$$

とかくこともできる．例を参考に，$x = b,\ c,\ d,\ e$ に対して，

$$x \in A_{\alpha_0}$$

となる $\alpha_0 \in I$ をそれぞれ**全て**求めよ．

(例) $x = a$ のとき，a は $A_1,\ A_2,\ A_3$ のどの集合にも属しているので $x \in A_{\alpha_0}$ となる α_0 は $\alpha_0 = 1, 2, 3$ の 3 つである．

(i) $x = b$ のとき，$x \in A_{\alpha_0}$ となる $\alpha_0 \in I$ は...

(ii) $x = c$ のとき，$x \in A_{\alpha_0}$ となる $\alpha_0 \in I$ は...

(iii) $x = d$ のとき，$x \in A_{\alpha_0}$ となる $\alpha_0 \in I$ は...

(iv) $x = e$ のとき，$x \in A_{\alpha_0}$ となる $\alpha_0 \in I$ は...

問 2　実数の集合を $\mathbb{R}$ とかく．$E \subset \mathbb{R},\ a, b \in \mathbb{R}$ とする．次の条件や命題の否定を論理記号で書け．

(1) $a < b$.

(2) $a \in \mathbb{R} \setminus E$.

(3) ${}^\forall x \in E,\ x \leq a$.

(4) ${}^\exists x_0 \in E$ s.t. $x_0 \geq b$.

(5) ${}^\exists k \in \mathbb{R}$ s.t. ${}^\forall x \in E,\ x \leq k$.

問 3[講義で扱った問題再掲] (ド・モルガンの法則)　$\alpha \in I$ とし A_α を集合とする．次の 2 つの性質が成立することを証明せよ．

(1)

$$\left(\bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha\right)^c = \bigcap_{\alpha \in I} A_\alpha^c.$$

提出する場合は，解答例を参考にして自分で採点をしておくこと．提出しなくても試験で 60 点以上取れば合格です．

(2)

$$\left(\bigcap_{\alpha\in I} A_\alpha\right)^c = \bigcup_{\alpha\in I} A_\alpha^c.$$

問 4　X を全体集合とし, $A, B \subset X$, $A, B \neq \emptyset$ とする. 次の 3 条件は同値[1]であることを示せ.

(1) $A^c \cup B = X$

(2) $A \subset B$

(3) $A \cap B^c = \emptyset$

[1]「(1) ならば (2)」,「(2) ならば (3)」,「(3) ならば (1)」を 3 つを示せばよい.