

令和7年度 位相入門I 小テスト対策プリント

数理・知能・電子・機械・応化・環境 課程 _____ 回生 _____

学生番号 _____ 名前 _____

- [0] **定義の確認** $A \subset \mathbb{R}^2$ とする.
 A が開集合である. $\stackrel{\text{def}}{\iff} \forall x \in A, \exists \varepsilon_x > 0 \text{ s.t. } N(x; \varepsilon_x) \subset A$.
 A が閉集合である. $\stackrel{\text{def}}{\iff} A^c$ が開集合である.

- [1] 次で定義される $I \subset \mathbb{R}$ や $A \subset \mathbb{R}^2$ に対して, 内部, 外部, 境界をそれぞれ求めよ. ただし, $x := (x_1, x_2)$ と表記する.

- (1) $I = [0, 1)$.
(2) $A = \{x \in \mathbb{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 < 1, x_2 \geq 0\}$.
(3) $I = \mathbb{Q}$.

- [2] 集合 $A := N(\mathbf{0}; 1)$ は $\mathbb{R}^2$ の開集合であることを証明せよ.
ただし, $\mathbf{0}$ は原点 $(0, 0)$ を意味する.

- [3] $U_\alpha \subset \mathbb{R}^2$ を開集合とする, ただし $\alpha \in I$ は添え字集合. このとき,

$$\bigcup_{\alpha \in I} U_\alpha$$

も開集合であることを証明せよ.

- [4] $A, B \subset \mathbb{R}^2$ とする. $A \subset B$ ならば $A^i \subset B^i$ を証明せよ.

[6] $A, B \subset \mathbb{R}^2$ とする.

$$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cup \overline{B}$$

を証明せよ.

[8] $A \subset \mathbb{R}^2$ をコンパクト集合とする. $B \subset A$ が閉集合ならば B もコンパクト集合であることを証明せよ.

[7] $A, B \subset \mathbb{R}^2$ とする. $A \subset B$ ならば $\overline{A} \subset \overline{B}$ を証明せよ.