

微分方程式 II・自習シート

問 1

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$$

とする.

(1) A の固有値と固有ベクトルを求め, さらに e^{tA} を具体的に求めよ. ¹⁾

(2) (1) を用いて次の連立微分方程式

$$\begin{cases} x' = y \\ y' = -2x + 3y \end{cases}$$

を初期条件 $(x(0), y(0)) = (1, 0)$ とともに解け.

問 2 $x = x(t)$, $y = y(t)$ とする. 次の微分方程式系 (連立微分方程式) の一般解を, e^{tA} を用いる方法で求めよ.

$$\begin{cases} x' = x + 2y \\ y' = -x - 2y \end{cases}$$

提出する場合は, 解答例を参考にして自分で採点をしておくこと. 提出しなくても試験で 60 点以上取れば合格です.

¹⁾ $e^{BAB^{-1}} = Be^AB^{-1}$ が成立することに注意せよ. 対角化に用いた P や P^{-1} も計算しておくこと.