

令和7年度 微積分及び演習I 小テスト No.3 対策プリント

数理・知能・電子・機械・応化・環境 課程 _____ 回生 _____

学生番号 _____ 名前 _____

- 1 X, Y を集合とし, $f : X \rightarrow Y$ とする. $B_\alpha \subset Y$ (ただし, $\alpha \in I$ は添え字) ならば

$$f^{-1}\left(\bigcup_{\alpha \in I} B_\alpha\right) = \bigcup_{\alpha \in I} f^{-1}(B_\alpha)$$

を集合の等号の定義に戻って証明せよ.

- 2 $a \in [0, 1]$ とする. $f, g : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ が点 $x = a$ で連続ならば $f + g$ も点 $x = a$ で連続であることを ε - δ 論法で証明せよ.

3 $f(x) = x^2$ とする. このとき, $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ は $\mathbb{R}$ 上で連続であることを ε - δ 論法で証明せよ.

4 次の関数の $x = 0$ における連続性と微分可能性を調べよ. 連続性の証明には ε - N 論法や ε - δ 論法を用いる必要は無い.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x} & (x \neq 0), \\ 0 & (x = 0). \end{cases}$$