

位相入門I・自習シート

問1 一般項が次の様に与えられた数列 $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ の0への収束を ε - N 論法で証明せよ.

$$(1) a_n := \frac{1}{2\sqrt{n}}$$

$$(2) a_n := \frac{1}{2^n}$$

$$(3) a_n := \frac{1}{n} \cos n$$

問2 $X = \mathbb{R}$ とする. 関数 d を

$$d(x, y) := |x - y| \quad (x, y \in X)$$

で定義する. $a = 1, b = 2, c = -3$ のとき

$$d(a, b), \quad d(b, c), \quad d(c, a)$$

の値をそれぞれ求めよ.

問3 $X := \{ \text{高槻, 京都, 大津, 瀬田} \}$ とする. それぞれ JR の駅を表すとし, その間の運賃は以下の通りとする.

A \ B	高槻	京都	大津	瀬田
高槻	0	410	590	680
京都	410	0	200	330
大津	590	200	0	200
瀬田	680	330	200	0

$A, B \in X$ に対して $d(A, B)$ を上記表の値とする. 例えば $A = \text{高槻}, B = \text{京都}$ の場合

$$d(\text{高槻}, \text{京都}) = 410$$

とする.

$$d(\text{京都}, \text{大津}), \quad d(\text{大津}, \text{瀬田}), \quad d(\text{瀬田}, \text{京都})$$

の値をそれぞれ求めよ.