

位相入門I・自習シート

問1 X, Y を空でない集合, $f: X \rightarrow Y$ とし, $A_\alpha \subset X (\forall \alpha \in I)$ とする. このとき次の等式を証明せよ.

$$f\left(\bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha\right) = \bigcup_{\alpha \in I} f(A_\alpha).$$

問2 次で定義される数列を考える:

$$a_n := \frac{1}{2n+1}.$$

次の問いに答えよ.

- (1) この数列が初めて $|a_n| < \frac{1}{100}$ となるのは何番目 (第何項) か答えよ.
- (2) $0 < \varepsilon < 1$ とする. この数列が初めて $|a_n| < \varepsilon$ となるのを N_ε 番目とする (第 N_ε 項). N_ε を, ガウス記号¹⁾ を用いた ε の式で求めよ.

問3 平面上の格子点 $O(0,0)$, $A(4,0)$, $B(4,3)$, $C(2,2)$ に対して次に問いに答えよ.

- (1) 線分 OA , OB , OC の長さをそれぞれ求めよ.
- (2) 点 O , A , B のうち直線距離で点 C に最も近い点を求め, その直線距離を求めよ.
- (3) 格子点どうしは x 軸方向や y 軸方向にしか, つながっていないとする (つまり格子点間をななめに移動できず, 格子点間が縦横の道路で結ばれたようなもの). 点 O , A , B のうち移動距離で点 C に最も近い点を求め, その間の移動距離を求めよ.

提出する場合は, 解答例を参考にして自分で採点しておくこと. 提出しなくても試験で 60 点以上取れば合格です.

¹⁾実数 r に対して「 r の整数部分」を $[r]$ とかき, この括弧をガウス記号とよぶ. つまり $[3.14] = 3$, $[\frac{99}{2}] = 49$.