

位相入門I・自習シート

問1 A, B, C を集合とする. 集合の等号の定義に戻って¹⁾

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

を証明せよ.

問2 次の否定を述べよ.

(例) 「彼はすべての都道府県を旅した。」

否定 「ある都道府県があって、彼はその都道府県を旅していない。」

「全ての都道府県を旅していない。」は言い過ぎ.

(1) 「ある年があって、数理の人数が100人を超えた。」 (2) 「ある講義があって、その講義は龍大のすべての学生が受講している。」 (3) 「位相入門を受講しているすべての学生に対してあるBリーグのチームがあって、その学生はそのチームが好きだ。」

問3 実数の集合を \mathbb{R} とかく. $E \subset \mathbb{R}$, $a, b \in \mathbb{R}$ とする. 次の命題の否定を記号で書け.

(0) $\forall x \in E, x \leq a.$

(1) $\exists x_1 \in E$ s.t. $x_1 \geq b.$

(2) $\exists K \in \mathbb{R}$ s.t. $\forall x \in E, x \leq K.$

(3) $\forall x \in E, \exists a \in \mathbb{R}$ s.t. $x \geq a.$

(4) $a \in \mathbb{R} \setminus E.$

提出する場合は、解答例を参考にして自分で採点をしておくこと. 提出しなくても試験で60点以上取れば合格です.

¹⁾例えば同値変形による証明としては

$$\begin{aligned} x \in A \cup (B \cap C) &\iff (x \in A) \vee (x \in B \cap C) \\ &\iff (x \in A) \vee ((x \in B) \wedge (x \in C)) \\ &\iff ((x \in A) \vee (x \in B)) \wedge ((x \in A) \vee (x \in C)) \\ &\iff (x \in A \cup B) \wedge (x \in A \cup C) \\ &\iff x \in (A \cup B) \cap (A \cup C) \end{aligned}$$

などが考えられるが、ここではこの事実の理解よりも、集合の等号の定義に戻った証明の方法の理解が大切なので、面倒ではあるが証明の等号の定義に戻った証明の書き方に慣れること.