

位相入門II・自習シート

問1 次の集合 A, B についてそれぞれ, 内部, 外部がどのような集合になるか求めよ. 証明する必要はない.

$$A = [0, 1) = \{x \in \mathbb{R} : 0 \leq x < 1\}, \quad B = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : 0 < x_1^2 + x_2^2 \leq 1\}.$$

問2 $A, B \subset \mathbb{R}^2$ とする. 次を証明せよ.

$$(A \cap B)^i = A^i \cap B^i.$$

問3 $A, B \subset \mathbb{R}^2$ とする. 次を証明せよ.

(i) $A^i \cap A^e = \emptyset$.

(ii) $B \subset A$ ならば, $B^i \subset A^i$.

問4 $A \subset \mathbb{R}^2, x \in \mathbb{R}^2$ とする. 次の問いに答えよ.

(1) 次の命題 「 $\forall \varepsilon > 0, N(x; \varepsilon) \cap A \neq \emptyset$ ならば $x \notin A^e$ 」 の対偶を論理記号で書け.

(2) 命題 「 $\forall \varepsilon > 0, N(x; \varepsilon) \cap A \neq \emptyset$ ならば $x \notin A^e$ 」 を証明せよ.