

## 位相入門I・自習シート

問1 「帰納的推論」と「演繹的推論」の定義を調べよ. さらに次の推論はこれらのどちらに該当するか答えよ.

- (1) 三角形の内角の和が  $180^\circ$  であること, 紙で三角形をつくり, 3つの角を切り抜き一直線に並べて確かめる.
- (2) 4つの角がすべて等しい四角形は2組の向かいあう角が等しい四角形であるので, 向かい合う2組の辺はそれぞれ平行である. よって, 長方形は平行四辺形であると推論する.
- (3) 数学的帰納法

定義  $A, B$  を集合とする. 2つの集合  $A \cup B, A \cap B$  をそれぞれ次のように定義する:

$$A \cup B := \{x : x \in A \text{ または } x \in B\},$$

$$A \cap B := \{x : x \in A \text{ かつ } x \in B\}$$

それぞれ  $A$  と  $B$  の和集合,  $A$  と  $B$  の共通部分とよぶ.

問2  $A, B, C$  を集合とする. 集合の等号の定義に従い次を証明せよ.

$$(1) A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C).$$

$$(2) A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C).$$

(c)  $x \in A \cap (B \cup C)$  とする. 共通部分の定義より  $x \in A$  かつ  $x \in B \cup C$ , すなわち  $x \in B$  または  $x \in C$  が和集合の定義より成立する.

(i)  $x \in B$  のとき,  $x \in A$  かつ  $x \in B$  であるので  $x \in A \cap B$  である. ゆえに

$$x \in (A \cap B) \cup (A \cap C).$$

(ii)  $x \in C$  のとき,  $x \in A$  かつ  $x \in C$  であるので  $x \in A \cap C$  である. ゆえに

$$x \in (A \cap B) \cup (A \cap C).$$

(i)(ii) より

$$A \cap (B \cup C) \subset (A \cap B) \cup (A \cap C).$$

(c)  $x \in (A \cap B) \cup (A \cap C)$  とする...