

## 集合と論理・自習シート

問1  $X$  を集合とし,  $\sim$  を  $X$  上の同値関係とする. 次を証明せよ:

(1)  $a \in X$  ならば  $a \in C(a)$ .

(2)  $X = \bigcup_{a \in X} C(a)$ .

(3)  $a \sim b$  ならば  $C(a) = C(b)$ .

(4)  $a \not\sim b$  ならば  $C(a) \cap C(b) = \emptyset$ .

問2  $X := [0, 1]$ ,  $Y := [0, 1]$  とする. 次で定義される関数  $f: X \rightarrow Y$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{n+1} & \left( x = \frac{1}{n}, n \in \mathbb{N} \text{ のとき} \right), \\ x & \left( x \neq \frac{1}{n}, n \in \mathbb{N} \text{ のとき} \right), \end{cases}$$

は全単射であることを証明せよ.