集合と論理・自習シート

問 1　A_α, B を集合とする．ただし, $\alpha \in I$ とし I は添え字集合である．次を証明せよ:

(1)
$$B \cap \left(\bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha \right) = \bigcup_{\alpha \in I} (B \cap A_\alpha).$$

(2)
$$B \setminus \left(\bigcap_{\alpha \in I} A_\alpha \right) = \bigcup_{\alpha \in I} (B \setminus A_\alpha).$$

(3)
$$B \cup \left(\bigcap_{\alpha \in I} A_\alpha \right) = \bigcap_{\alpha \in I} (B \cup A_\alpha).$$

問 2　A_n を空でない集合とし, ${}^\forall n \in \mathbb{N}$, $A_{n+1} \subset A_n$ と仮定する．集合 C_n を次の様に定義する:

$$C_1 := \emptyset, \quad C_n := A_1 \setminus A_n \quad (n \geq 2).$$

このとき, 次の (1), (2) を証明せよ．

(1)
$${}^\forall n \in \mathbb{N}, \quad C_n \subset C_{n+1}.$$

(2)
$$\bigcup_{n \in \mathbb{N}} C_n = A_1 \setminus \bigcap_{n \in \mathbb{N}} A_n.$$

問 3　X を全体集合とし, $A, B \subset X$, $A, B \neq \emptyset$ とする．次の 3 条件は同値[1]であることを示せ．

(1) $A^c \cup B = X$

(2) $A \subset B$

(3) $A \cap B^c = \emptyset$

提出する場合は, 解答例を参考にして自分で採点をしておくこと．提出しなくても試験で 60 点以上取れば合格です．

[1]「(1) ならば (2)」,「(2) ならば (3)」,「(3) ならば (1)」を 3 つを示せばよい．