

集合と論理・自習シート

問1 $X := \{a, b\}$ とする. X のべき集合 2^X を, 元を列挙する形で求めよ. また, X の部分部分集合族 (集合の集合) のうち, $\{a\}$ を含むものをすべて求めよ.

問2 $X := \mathbb{N}$, $Y := \mathbb{N}(\text{even})$ とする. ただし, \mathbb{N} は自然数全体, $\mathbb{N}(\text{even})$ は偶数の自然数全体を意味する. 次で定義される関数 $f: X \rightarrow Y$

$$f(x) = 2x$$

は全単射であることを証明せよ.

問3 $X := \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ とし, \sim を次の様に定義する:

$$(x, y) \sim (x', y') \stackrel{\text{def}}{\iff} x + y' = y + x'.$$

次の問いに答えよ.

(1) \sim は X の同値関係であることを証明せよ.

(2) $(1, 2)$ と $(3, 4)$ は同値か否か調べよ. また $(1, 2)$ と $(3, 3)$ は同値か否か調べよ.