位相入門I・自習シート

問 1　A_α, B を集合とする. ただし, $\alpha \in I$ とし I は添え字集合である. 次を証明せよ:

$$B \cup \left(\bigcap_{\alpha \in I} A_\alpha \right) = \bigcap_{\alpha \in I} (B \cup A_\alpha).$$

問 2　a, b, c, d, e の 5 つの文字からなる次の集合を考える.

$$A_1 := \{a, b, c\}, \quad A_2 := \{a, b, d\}, \quad A_3 := \{a, b, d, e\}$$

(1) $A_1 \cup A_2 \cup A_3$ について, その元をすべて列挙すれば

$$A_1 \cup A_2 \cup A_3 = \{a, b, c, d, e\}$$

となる. 同じように全ての元を列挙する方法で $A_1 \cap A_2 \cap A_3$ を求めよ.

(2) $I := \{1, 2, 3\}$ とおくことで $A_1 \cup A_2 \cup A_3$ は

$$A_1 \cup A_2 \cup A_3 = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$$

とかくこともできる. 例を参考に, $x = b$, c, d, e に対して,

$$x \in A_{\alpha_0}$$

となる $\alpha_0 \in I$ をそれぞれ**全て**求めよ.

(例) $x = a$ のとき, a は A_1, A_2, A_3 のどの集合にも属しているので $x \in A_{\alpha_0}$ となる α_0 は $\alpha_0 = 1, 2, 3$ の 3 つである.

(i) $x = b$ のとき, $x \in A_{\alpha_0}$ となる $\alpha_0 \in I$ は...

(ii) $x = c$ のとき, $x \in A_{\alpha_0}$ となる $\alpha_0 \in I$ は...

(iii) $x = d$ のとき, $x \in A_{\alpha_0}$ となる $\alpha_0 \in I$ は...

(iv) $x = e$ のとき, $x \in A_{\alpha_0}$ となる $\alpha_0 \in I$ は...

問 3　次の否定を述べよ.
(例) 「彼はすべての都道府県を旅した.」

否定　「ある都道府県があって, 彼はその都道府県を旅していない.」
「全ての都道府県を旅していない.」は言い過ぎ.

(1) 「ある年があって, 数理の人数が 100 人を超えた.」
(2) 「ある講義があって, その講義は龍大のすべての学生が受講している.」
(3) 「位相入門を受講しているすべての学生に対してある B リーグのチームがあって, その学生はそのチームが好きだ.」

提出する場合は, 解答例を参考にして自分で採点をしておくこと. 提出しなくても試験で 60 点以上取れば合格です.

問 4　実数の集合を $\mathbb{R}$ とかく. $E \subset \mathbb{R}$, $a, b \in \mathbb{R}$ とする. 次の命題の否定を記号で書け.

(1) $a \in \mathbb{R} \setminus E$.

(2) ${}^{\forall}x \in E,\ x \leq a$.

(3) ${}^{\exists}x_1 \in E$ s.t. $x_1 \geq b$.

(4) ${}^{\exists}K \in \mathbb{R}$ s.t. ${}^{\forall}x \in E,\ x \leq K$.