

線形代数及び演習 II ・ 自習シート

問1 V を線形空間とする. $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_m$ が線形独立ならば, m より小さい自然数 r に対して $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_r$ も線形独立であることを証明せよ¹⁾.

問2 V を線形空間とする. V の元に対する次の命題の真偽を調べ, 真ならば証明を, 偽ならば反例をあげよ.

- (1) $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_m$ の中に $\mathbf{0}$ (ゼロ元) が存在するならば, $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_m$ は線形従属である.
- (2) \mathbf{u}_1 と \mathbf{u}_2 が, \mathbf{u}_2 と \mathbf{u}_3 が, \mathbf{u}_3 と \mathbf{u}_1 がそれぞれ線形独立ならば, $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3$ も線形独立である²⁾.

提出する場合は, 解答例を参考にして自分で採点しておくこと. 提出しなくても試験で 60 点以上取れば合格です.

¹⁾線形独立であることを背理法で示してみよう.

²⁾まずはざっくり色で考えてみよう. 赤と青, 青と紫, 紫と赤はそれぞれ線形独立であるが...