

## 線形代数及び演習 II・補助プリント

$V$  を線形空間とする. ノルムや内積を

$$\|\cdot\| \text{ や } (\cdot, \cdot)$$

と表記しますが, 特にそれらが特定のノルムや内積であることを強調するために

$$\|\cdot\|_V \text{ や } (\cdot, \cdot)_V$$

と書くことがあります.

これらの表記は混乱を避けるために役立ちます. 例えば1つの空間  $V$  に複数のノルムや内積が考えられることがあります. また, **特に  $V = \mathbb{R}^2$  のときは注意が必要です.** なぜなら, もし

$$(u, v)$$

だけが書かれていたら, これには複数の解釈ができます.

[あ] 1つは座標としての

$$(u, v)$$

つまり第1成分が  $u$ , 第2成分が  $v$  である2次元ベクトル  $\boldsymbol{x} = (u, v)$  の意味です. この場合は  $u, v \in \mathbb{R}$  です.

[い] もう1つは内積としての

$$(u, v)$$

です. つまり  $u, v \in V$  と文字を選んだ場合 (細い文字を選んでしまった場合) に, それらの  $V$  における内積

$$(u, v)$$

の意味です.

このような混乱を避けるため, 例えば内積の方には  $(\cdot, \cdot)_V$  のように空間の添え字を付けたり,  $\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v} \in V$  と必ず太字を使ったりすることが工夫として考えられます. その他の工夫として内積を  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  と書くこともあります.

小テスト対策プリントの 1 でこの混乱しそうな問題が発生しています.  $\boldsymbol{u} := {}^T(u_1, u_2)$  の丸括弧  $(\cdot, \cdot)$  は内積の意味ではなく, [あ] の成分  $u_1, u_2 \in \mathbb{R}$  を並べる

$$(u_1, u_2)$$

の意味です.